

Calcul de la concentration en virus

Je fais cette évaluation avec des hypothèses simplifiées mais qui me semblent dimensionnantes:

- Dans une salle fermée de volume V_0 (m³) il y a un contaminateur qui délivre des virus avec un débit constant D_v (virus / H).
- une ventilation brasse l'air en permanence ce qui assure une dilution supposée instantanée dans tout l'air de la pièce
- Chacun des autres occupants respire cet air avec un débit D_r (m³ / H)
- une machine traite l'air avec un débit D_t (m³/H) et détruit tous les virus de l'air traité
- les aérosols transportant les virus sont "éternels" et ne se déposent pas. Ils flottent jusqu'à ce qu'ils soient aspirés par un humain ou par la machine.

Avec ces hypothèses je calcule la concentration $C(t)$ (virus / m³) ainsi que le nombre de virus $R(t)$ que reçoivent les contaminés potentiels en fonction du temps passé dans la pièce. Les paramètres de ces évolutions sont le débit du traitement D_t (m³/H) et le volume de la pièce V_0 (m³).

A tout instant la concentration est la différence entre ce qui a été produit et ce qui a été détruit.

$$C(t) = \frac{D_v \cdot t - \int_0^t D_t \cdot C(t) \cdot dt}{V_0}$$

La solution $C(t)$ de cette équation différentielle est de la forme $C(t) = A [1 - \text{Exp}(- B \cdot t)]$.

On va déterminer A et B pour deux conditions aux limites $t \rightarrow 0$ et $t \rightarrow \infty$

- Quand $t \rightarrow 0$

On écrit la relation (1) en remplaçant $C(t)$ par $C(t) = A [1 - \text{Exp}(- B \cdot t)]$ et en réarrangeant

$$V_0 \cdot A - A \cdot D_t / B = (D_v - A \cdot D_t) t / [1 - \text{Exp}(- B \cdot t)]$$

$$\text{Lorsque } t \rightarrow 0 \text{ alors } t / [1 - \text{Exp}(- B \cdot t)] \rightarrow 1 / B$$

$$\text{On a donc } V_0 \cdot A - A \cdot D_t / B = (D_v - A \cdot D_t) / B$$

$$\text{D'où il vient } A \cdot B = D_v / V_0$$

- Quand $t \rightarrow \infty$ alors $C(t)$ tend vers une asymptote déterminée par l'égalité entre le virus produit et le virus détruit.

$$C(\infty) \cdot D_t = D_v$$

$$\text{Comme } C(\infty) \rightarrow A, \text{ on a donc } A = D_v / D_t$$

En combinant les deux relations quand $t \rightarrow 0$ et $t \rightarrow \infty$, on a

$$B = D_v / V_0 / A = D_v / V_0 \times D_t / D_v = D_t / V_0$$

En résumé, on dispose de l'évolution de la concentration en virus

$$C(t) = A [1 - \text{Exp}(- B \cdot t)] \text{ avec } A = D_v / D_t \text{ et } B = D_t / V_0$$

A partir de la concentration en virus $C(t)$ on peut calculer le nombre de virus ingéré par une personne qui respire avec un débit Dr

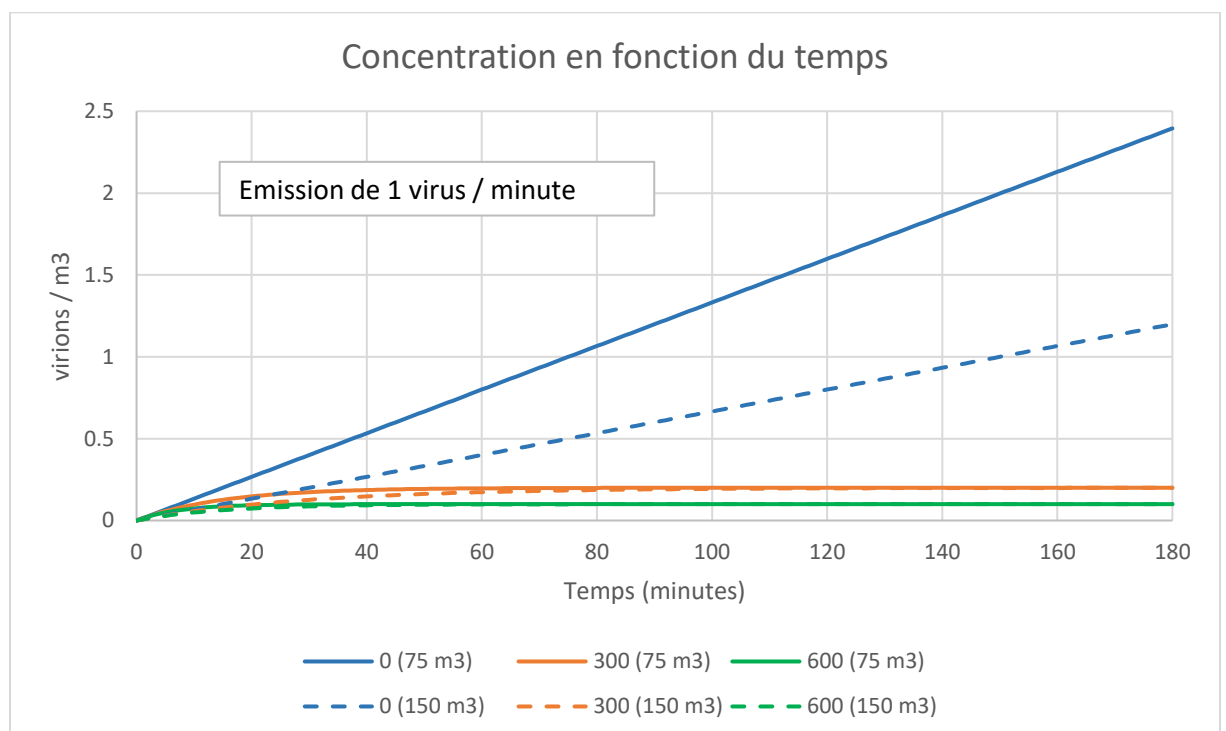
$$I(t) = Dr \cdot \int_0^t C(t) \cdot dt$$

Après substitution et calcul on trouve

$$I(t) = A Dr [t - (1 - \text{Exp}(- B \cdot t)) / B]$$

Il est intéressant de tracer les évolutions de la concentration et des virus ingérés au cours du temps paramétrées par le volume de la pièce et par le débit du purificateur.

Graphique de la concentration en fonction du temps



3 régimes de traitement (0, 300, 600 m³/h) dans deux volumes de salle (75 m³ et 150 m³)

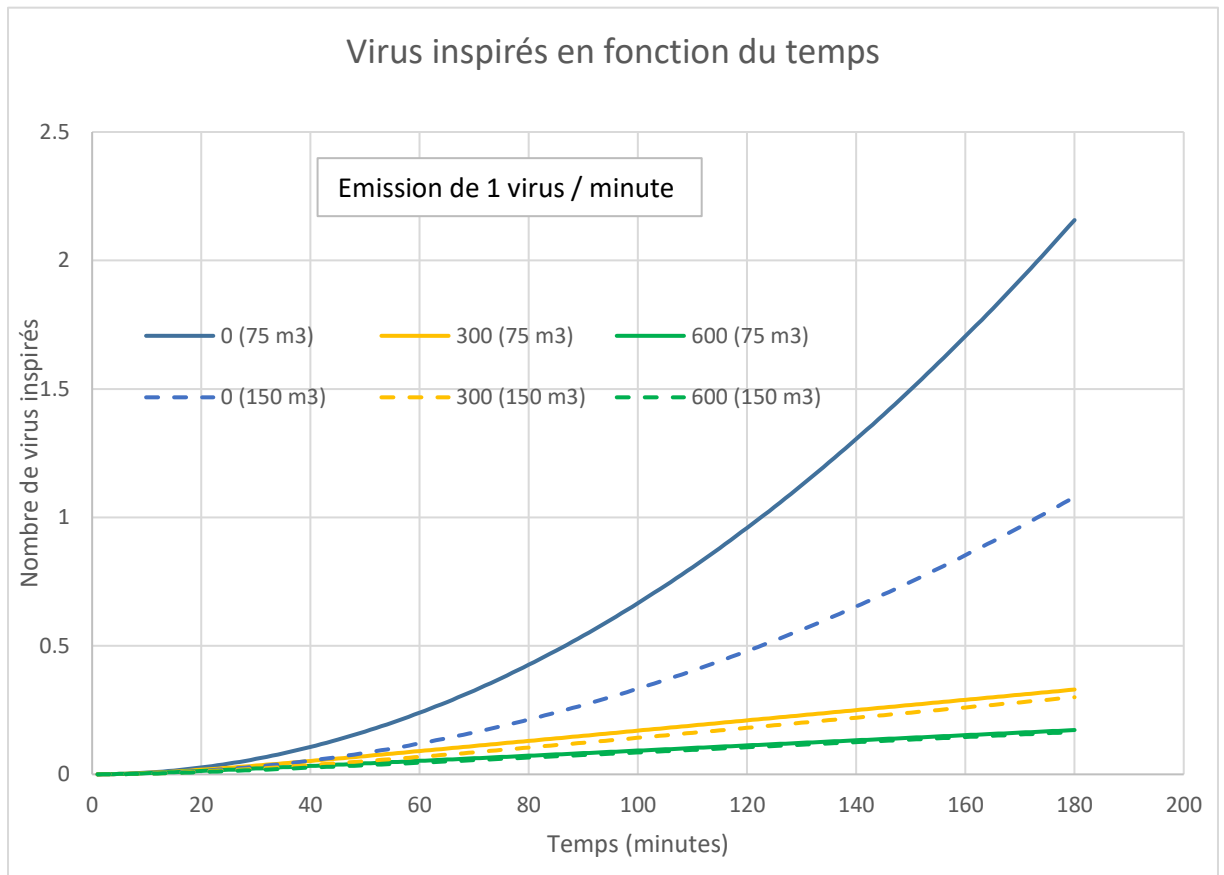
En l'absence de traitement, la concentration du virus dans la salle augmente linéairement.

Evidemment dans la salle de volume double la concentration est divisée par 2.

Lorsque le traitement est mis en marche, cette croissance linéaire se manifeste au début pendant quelques dizaines de minutes, puis tend vers une asymptote où elle reste indéfiniment constante.

Le niveau de l'asymptote est inversement proportionnel au débit de traitement. Par contre, ce niveau est totalement indépendant du volume de la salle.

Graphique du nombre de virus respirés en fonction du temps



3 régimes de traitement (0, 300, 600 m³/h) dans deux volumes de salle (75 m³ et 150 m³)

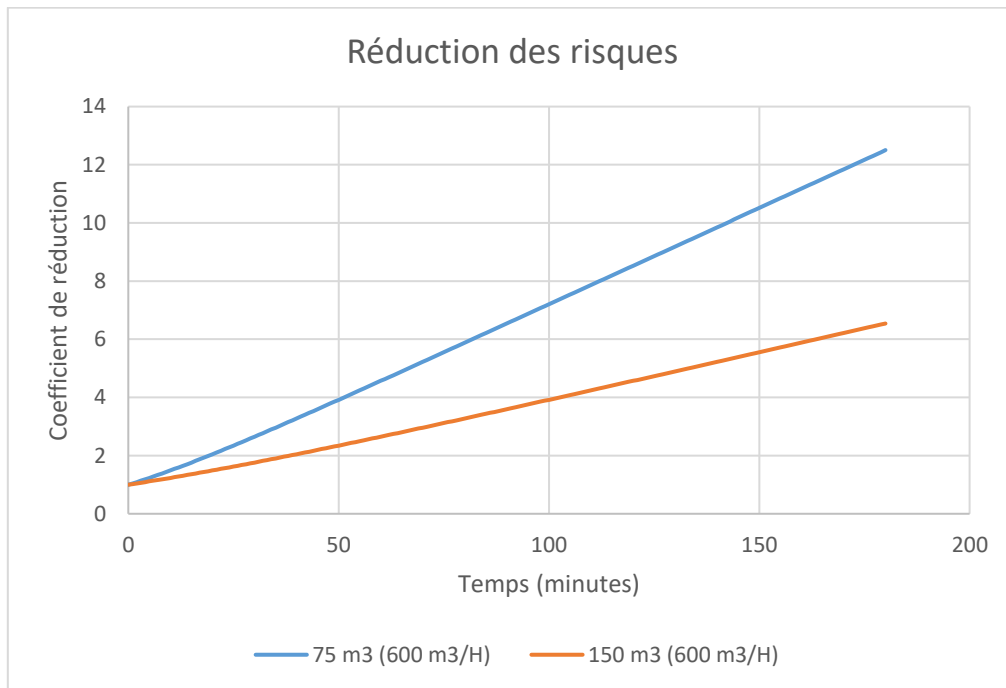
En l'absence de traitement, le nombre de virus respirés croît quadratiquement. Pour 2 fois plus de temps passé dans la pièce, on respirera donc 4 fois plus de virus. C'est attendu compte tenu qu'en l'absence de traitement la concentration croît linéairement et que le nombre de virus respirés est proportionnelle à l'intégrale de la concentration, ce qui correspond à une parabole.

En l'absence de traitement également, au bout d'un temps donné, la quantité de virus inspirés est inversement proportionnel au volume de la salle. Si on ne dispose pas de purificateurs il est donc conseillé de se réunir dans des salles de grand volume.

Lorsque le traitement est mis en marche, cette évolution devient très vite linéaire. Là également c'est attendu car on a vu qu'en présence du traitement la concentration tend vers une asymptote et devient constante. A ce moment l'intégrale de la concentration croît linéairement.

Lorsque le traitement est mis en marche, après un certain temps, la quantité de virus inspirés ne dépend pas du volume de la salle mais seulement du débit du traitement.

Graphe du facteur de risque en fonction du temps



La réduction de risque peut être évaluée par la réduction des virus respirés par rapport au cas sans traitement. Les courbes montrent clairement que le bénéfice est inversement proportionnel à la taille de la salle. On constate également que le bénéfice augmente linéairement avec le temps qui passe.

Par exemple pour une salle de 75 m3 avec un traitement de 600 m3/H, le risque au bout de 3 Heures est réduit par un facteur proche de 13. Dans une salle de 150 m3 la réduction du risque serait moitié moindre, proche de 6.

Globalement on peut noter que l'intérêt des purificateurs est le plus grand lorsque les salles sont petites et que le temps passé est important.